

Introdução à Estatística Inferencial

Luiz Pasquali

Os temas deste capítulo são:

- Teste Estatístico
- Hipótese estatística
- Pressuposições no teste de hipótese
- Regras de decisão
- Erros tipo I e tipo II
- Teste de uma e de duas caudas
- Intervalo de confiança

1 – Introdução

Este capítulo visa dar uma introdução ingênua em temas que são complicados do ponto de vista dos estatísticos, mas que estão sempre presentes quando se fazem as análises de dados de uma pesquisa, temas tais como, hipótese nula, teste de significância, região de rejeição unicaudal e bicaudal, nível de significância, e outros. Vejamos.

O pesquisador, quando realiza uma pesquisa, tipicamente observa alguns casos, mas quer falar de todos os casos similares; isto é, ele tem dados de uma amostra e quer falar de toda a população, ou seja, ele quer, a partir de dados limitados (a amostra), *inferir* (donde, inferência) para toda uma população.

Assim, se ele quiser saber se os homens são mais ou menos inteligentes do que as mulheres, ele irá testar ou observar alguns homens e algumas mulheres (uma amostra deles) e não todos os homens e todas as mulheres; entretanto, ele quer, no final, concluir ou estender os resultados da sua pesquisa para todos os homens e todas as mulheres. Obviamente, dá para suspeitar que tal procedimento represente um grande risco, isto é, falar de todo o mundo conhecendo apenas alguns deles. Para tomar decisões dessa natureza é que foi criada a estatística inferencial, a qual trabalha tipicamente com a estimação estatística, significando que ela procura, a partir do conhecimento de estatísticas (como a M e o DP) de uma ou mais amostras, *estimar* os próprios parâmetros da população.

2 – O Teste Estatístico

Então, vejamos concretamente: tenho escores de 2.426 sujeitos no teste TRAD. O que é que vou fazer com tais escores? O que é que quero saber a partir desses escores? No delineamento original da minha pesquisa, eu queria saber se os escores no tal teste eram afetados por algumas variáveis dos respondentes, tais como, o sexo, a idade e o nível escolar. Com essas perguntas, o estatístico imagina que eu estou interessado em verificar a história da aptidão de raciocínio dedutivo, que o TRAD mede, em toda a humanidade (a população), tendo disponíveis dados de apenas alguns casos (a amostra de 2.426 sujeitos). Assim, o estatístico reduz o meu problema ao seguinte: população e amostra. E a primeira questão que ele vai levantar é a seguinte: Qual é o dado na população que oferece a informação que o pesquisador está procurando? E ele responde dizendo que se trata de algum *parâmetro* ou parâmetros na população que representam a informação procurada, parâmetros estes que quero estimar a partir dos dados da minha amostra. Quais seriam esses parâmetros? Com base no meu delineamento e meus questionamentos (hipóteses), o estatístico se dá conta que estou à procura de um valor que represente o escore típico do teste na população, isto é, a média; e, com isso, também um valor que expresse a variabilidade em torno dessa média. E mais, ele inicia fazendo a suposição (hipótese estatística) de que nenhuma variável dos sujeitos (tais como, sexo, idade e nível escolar) irá modificar substancialmente esses parâmetros da população. Essa hipótese do estatístico é chamada de hipótese nula (falaremos mais dela, logo mais). Agora, fica o problema de como verificar a veracidade de tal hipótese. É o que o *teste estatístico* ou o *teste de significância* vai resolver, contrastando esta hipótese nula com as hipóteses alternativas que o pesquisador inicialmente fez, onde dizia que as variáveis, sexo, idade e nível escolar, afetam substancialmente os escores no TRAD.

Você vê que aqui se trata de tomada de decisão entre alternativas, para cuja solução é preciso recorrer à teoria matemática da decisão. Essa teoria dita

uma série de regras para a tomada de decisão e, no meu caso, fica a questão: qual é a regra ou as regras que devo escolher para tomar a decisão sobre as hipóteses, de tal forma a me permitir reduzir ao mínimo os riscos de tomar a decisão errada?

Você está percebendo que há muitas decisões a serem tomadas nessa história da inferência estatística, tanto assim que Hays (1963) dizia que este capítulo sobre a inferência estatística deveria ser chamado de “Como decidir para decidir?” (“How to decide how to decide?”, p. 245).

3 – As Hipóteses Estatísticas

As hipóteses estatísticas se referem sempre à população, mais especificamente, a parâmetros da população, tais como a média e o DP. Os estatísticos expressam esses parâmetros da população com letras gregas, tais como no caso, μ e σ , para distingui-los de parâmetros similares que ele calcula a partir de uma amostra. Essas hipóteses estatísticas são chamadas de hipótese nula e é expressa como H_0 , porque ela diz sistematicamente que as estatísticas de uma amostra são sempre iguais aos respectivos parâmetros da população. Por exemplo:

H_0 : a população em questão tem média $\mu = 50$ e DP $\sigma = 10$. Essa hipótese será testada contra uma hipótese alternativa, chamada H_1 , que afirma outros valores para a média e o DP.

Mais praticamente, já que você trabalha com amostras e não com a população, você diria que:

H_0 : a $M_1 = M_2$, significando que as médias das duas amostras são iguais entre si e, conseqüentemente, iguais à média da população; hipótese esta que será testada contra uma hipótese alternativa, como por exemplo:

H_1 : $M_1 \neq M_2$, significando que elas se referem a populações diferentes (quando você compara, por exemplo, diferentes níveis escolares no caso do TRAD).

Agora, como decidir qual das duas hipóteses, a H_0 ou a H_1 , é a verdadeira? Para responder à questão, é preciso fazer algumas suposições e se decidir por alguma regra de decisão. Vamos ver isso.

4 – Suposições no Teste de Hipóteses

No teste de hipóteses estatísticas, há três suposições que praticamente são sempre feitas ou admitidas, a saber:

- 1) A *amostra é randômica* (aleatória): isso significa que todos os sujeitos, casos ou eventos de uma população têm a mesma chance de serem selecionados para a pesquisa ou amostra. Na prática, sobretudo em pesquisas psicossociais, isso quase nunca ocorre. As conseqüências disso são às vezes graves e outras vezes, menos graves. De qualquer forma, fica o alerta para as conclusões que você tirar para a sua pesquisa quando essa suposição é violada. Aqui você pode apelar para o teorema dos grandes números para minorar o impacto de falta de aleatoriedade da amostra. Contudo, as análises estatísticas fazem formalmente sempre a suposição de randomicidade (veja capítulo sobre amostragem).
- 2) As *variáveis são independentes* (independência local): isso significa que dois eventos, por exemplo, A e B, não têm nada a ver um com o outro, de sorte que a escolha de um não afeta em nada a escolha do outro. No caso do TRAD, isso significaria, por exemplo, que a resposta dada ao item 1 não interfere ou afeta a resposta ao item 2. Os estatísticos expressam essa história da seguinte maneira: se o evento B não tem nada a haver com o evento A, então a probabilidade de B sozinho ser escolhido é idêntica à probabilidade condicional de B dado o evento A, ou seja, $p(B|A) = p(B)$. Essa ocorrência é importante porque, no caso dos eventos não serem independentes, eles não podem nem ser simplesmente somados, dado que você estaria somando duplicações, já que, se A e B forem dependentes (isto é, eles têm intersecção), parte da informação de B já está em A, como você observa na figura 4-1, onde os dois eventos (círculos) em parte se sobrepõem (parte sombreada), no caso de não serem independentes.

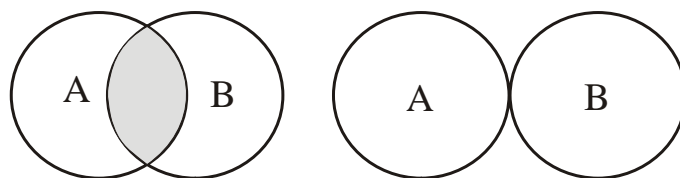


Figura 4-1. Eventos dependentes e independentes

- 3) A *distribuição é normal*: trata-se da história descrita no capítulo sobre a curva normal (capítulo 3).

Como essas suposições são infringidas seguidamente nas pesquisas, as técnicas estatísticas utilizadas na análise dos dados (tais como, análise da

variância, análise fatorial etc.) deverão ordinariamente chamar a atenção para o fato de sua infração ter ou não ter conseqüências graves.

5 – Regra de Decisão ou Região de Rejeição (o nível α , alfa)

A regra básica de decisão sobre a hipótese nula é a seguinte: qual é o nível ou o tamanho de risco que estou disposto a aceitar para dizer que a hipótese nula não é verdadeira? Uma resposta genérica seria a seguinte: quando a probabilidade de ela ser verdadeira é muito pequena (um alfa pequeno). Agora, o que fica de problemático é saber o que significa “probabilidade muito pequena”, que é chamada de nível alfa. É costumeiro na comunidade científica considerar dois níveis de alfa como os mais convencionais e utilizados, a saber, o nível 0,05 e 0,01. Esses níveis dizem o seguinte:

- 1) Alfa = 0,05: o parâmetro da população defendido pela hipótese nula tem uma probabilidade de apenas 5 em 100 de não ser verdadeiro;
- 2) Alfa = 0,01: o parâmetro da população defendido pela hipótese nula tem uma probabilidade de apenas 1 em 100 de não ser verdadeiro.

Esses valores, 0,05 e 0,01, definem uma região sob a curva normal chamada de *região de rejeição*, dizendo que, se o parâmetro defendido pela hipótese nula cair dentro dessa zona, então a chance dele ser verdadeiro é pequena demais para ser aceita e, com isso, a hipótese nula perde credibilidade, isto é, ela é rejeitada em favor de alguma hipótese alternativa.

Quando discutimos a curva normal, você se lembra que os valores muito raros se situam nas pontas das caudas dessa curva. Assim, as zonas de rejeição são definidas pelas pontas das caudas da curva normal; essas pontas serão maiores ou menores dependendo do nível alfa que você escolher. O alfa expressa a percentagem de casos que cai no intervalo dentro da curva normal e o intervalo é definido por valores de z , como você se lembra da exposição da curva normal (para cada z corresponde uma percentagem de casos sob a curva normal e para cada percentagem corresponde certo valor z). Você percebe, também, que estamos falando de ponta e pontas, porque a zona de rejeição pode estar localizada numa das caudas ou em ambas as caudas. Essa história depende de como a hipótese alternativa tenha sido expressa. Veremos isso já. Mas, primeiramente, veja na figura 4-2 como se apresenta a região de rejeição da hipótese nula na curva normal.

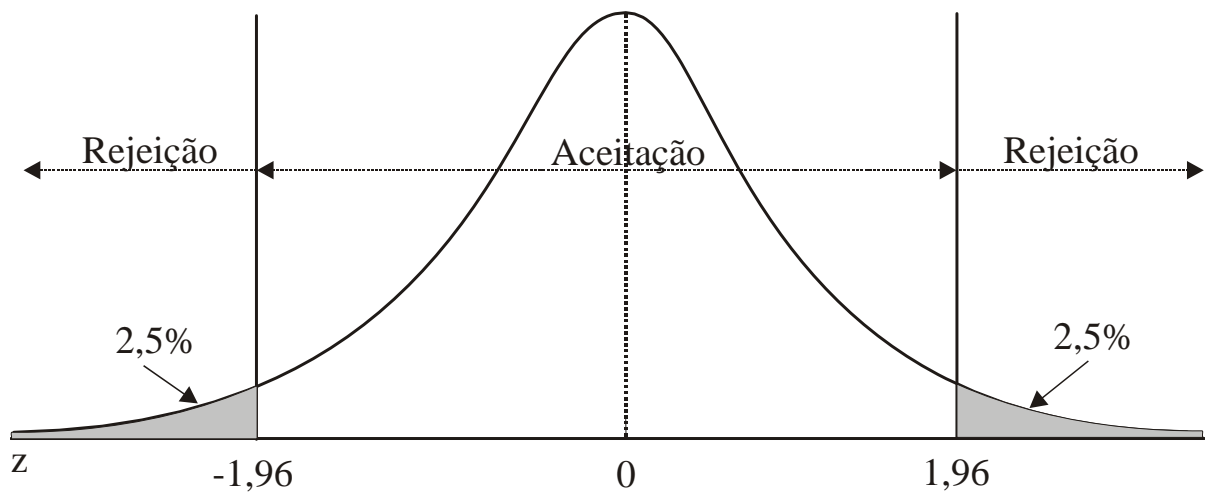


Figura 4-2. Zona de rejeição da hipótese nula

Os dados da figura 4-2 dizem o seguinte: se o valor do parâmetro defendido pela hipótese nula (como, por exemplo, a média da população) for tal que se afasta $+1,96z$ ou $-1,96z$ da média 0 da minha amostra¹, então este valor cai na zona de rejeição e a hipótese nula deve ser rejeitada. Note que os valores da média 0 e dos z são dados pela distribuição dos dados da amostra. Assim, nesse caso, com base nas informações da amostra, o parâmetro da população defendido pela hipótese nula tem uma probabilidade pequena demais para ser aceito como verdadeiro, isto é, sua probabilidade é de apenas 5% (2,5% + 2,5%, já que se trata de um teste de duas caudas). Isso porque os dados da amostra, e esses são os únicos dados concretos, empíricos, que temos sobre a questão, dizem que o valor que a hipótese nula defende é estranho demais, isto é, ele está longe de mais do valor que a H_1 achou como sendo o provável valor da população. Assim, o valor defendido pela H_0 não pode ser admissível como verdadeiro.

6 – Teste Estatístico Unicaudal e Bicaudal

O teste estatístico ser de uma cauda ou de duas depende da formulação da hipótese alternativa à hipótese nula. Como assim? Por exemplo: Se

- 1) a H_1 afirma o seguinte: $M_1 \neq M_2$; então a M_1 pode estar acima de M_2 (nesse caso, o z seria positivo) ou abaixo de M_2 (nesse caso, o z seria negativo). Assim, o teste é de duas caudas, porque a zona de rejeição se situa metade na cauda inferior e metade na cauda superior da curva normal;

¹ Estes z definem um nível alfa de 5%, dividido igualmente em duas caudas.

- 2) a H_1 afirma o seguinte: $M_1 > M_2$; então a zona de rejeição se situa somente na cauda superior, porque se afirma que o M_1 é superior a M_2 , nunca inferior.

Inclusive, você pode brincar com essa história da região de rejeição, definindo uma que reze assim: rejeite a H_0 se a probabilidade de ela ser verdadeira cair no intervalo de 80% e 90%, como expresso na figura 4-3, sabendo-se que 80% corresponde a um $z = 0,85$ e 90% a um $z = 1,29$.

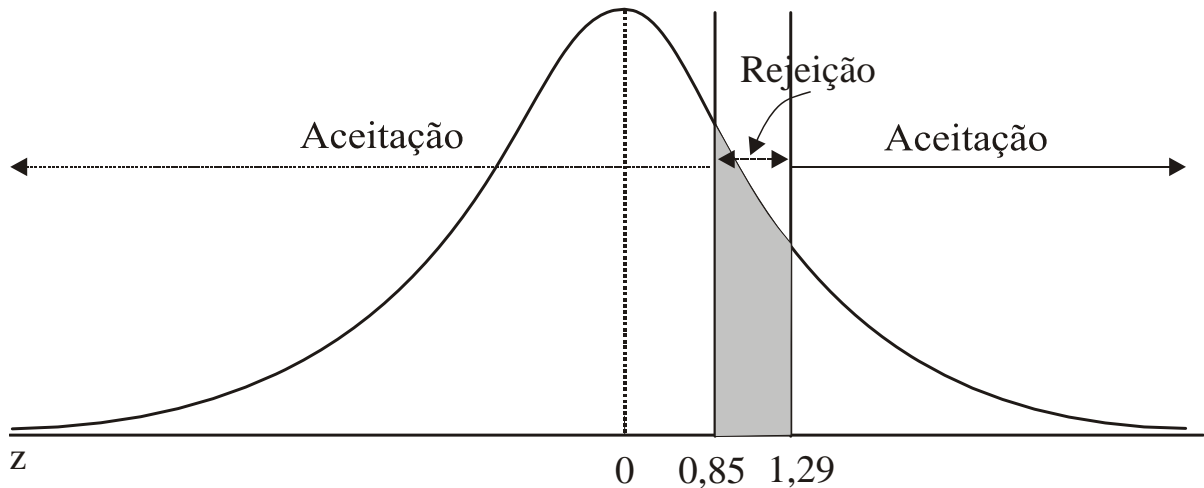


Figura 4-3. Zona de rejeição da hipótese nula

Qual a vantagem de um teste unicaudal sobre um bicaudal? A vantagem é de que o teste de uma cauda alarga a região de rejeição, possibilitando, assim, rejeitar com mais facilidade a H_0 . Por isso, os estatísticos chamam tal teste de mais robusto, porque tem maior poder de rejeitar a hipótese nula.

7 – Como é Feito o Teste Estatístico

O problema a ser resolvido no teste de hipóteses consiste, portanto, em verificar se a H_0 se mantém diante da evidência ofertada pelos dados de uma ou mais amostras empíricas de dados. Assim, a sequência de eventos para o teste estatístico é a seguinte:

- 1) Formule a hipótese nula e uma hipótese alternativa;
- 2) Verifique que suposições são feitas (inclusive a normalidade da distribuição), para especificar quais estatísticas serão as mais apropriadas para o teste (como, por exemplo, os testes serem paramétricos ou não-paramétricos);
- 3) Decida o nível (o alfa) e a região de rejeição;
- 4) Compute o valor da estatística escolhida. Se o valor cair dentro da zona de rejeição, então a hipótese nula deve ser rejeitada em favor da hipótese alternativa; diz-se, então, que o valor é *significativo* ou *se afasta*

significativamente do esperado. Se, contudo, o valor cair fora da zona de rejeição, então a hipótese nula deve ser mantida. Se você tem melindres em rejeitar a H_0 com base na sua amostra, é porque você não confia na qualidade da sua amostra, por estar enviesada e não representativa da população. Nesse caso, em vez de rejeitar a H_0 , você tem o direito de, simplesmente, suspender seu julgamento e esperar que alguém repita a pesquisa com uma amostra mais confiável!

Um exemplo:

Na aplicação do TRAD, tivemos as estatísticas da tabela 4.1 em termos de sexo e nível escolar dos sujeitos.

Tabela 4.1 – Estatísticas do TRAD por sexo e escolaridade

Variável	Nível	Média	DP	EP	N
Sexo	Masculino	18,02	8,23	0,29	804
	Feminino	18,91	8,17	0,20	1.610
Nível Escolar	I e II Graus	15,72	8,28	0,23	1.314
	Superior	22,52	6,13	0,19	1.065
Total		18,59	8,20	0,17	2.426

Pergunta-se:

- 1) A média dos sujeitos masculinos difere da média dos femininos? Ou seja, $M_M \neq M_F$?
A H_0 dessa hipótese H_1 será: $M_M = M_F$;
- 2) A média dos sujeitos de nível superior é maior que a média dos sujeitos de ensino fundamental e médio? Ou seja, $M_S > M_{FM}$?
A H_0 dessa hipótese H_1 será: $M_S = M_{FM}$.

Para poder responder às questões feitas, devo me decidir por um alfa ou uma zona de rejeição e ver se essa zona é de uma cauda ou duas caudas. Decido tomar como alfa o valor 0,05. Esse valor me diz que:

- 1) se o teste for de duas caudas: o valor crítico de z para 5% será de $\pm 1,96$ (veja curva normal: a proporção de 0,05 deve ser dividida em dois, ficando 0,025 para cada cauda). Valor crítico significa aquele valor de z onde inicia a zona de rejeição.
- 2) Se o teste for de uma cauda: o valor crítico de z para 5% será de 1,65.

No nosso caso, o teste para a hipótese do sexo será de duas caudas e o de nível escolar de uma cauda. Certo? Veja na figura 4-4 as zonas de rejeição para as duas situações em pauta.

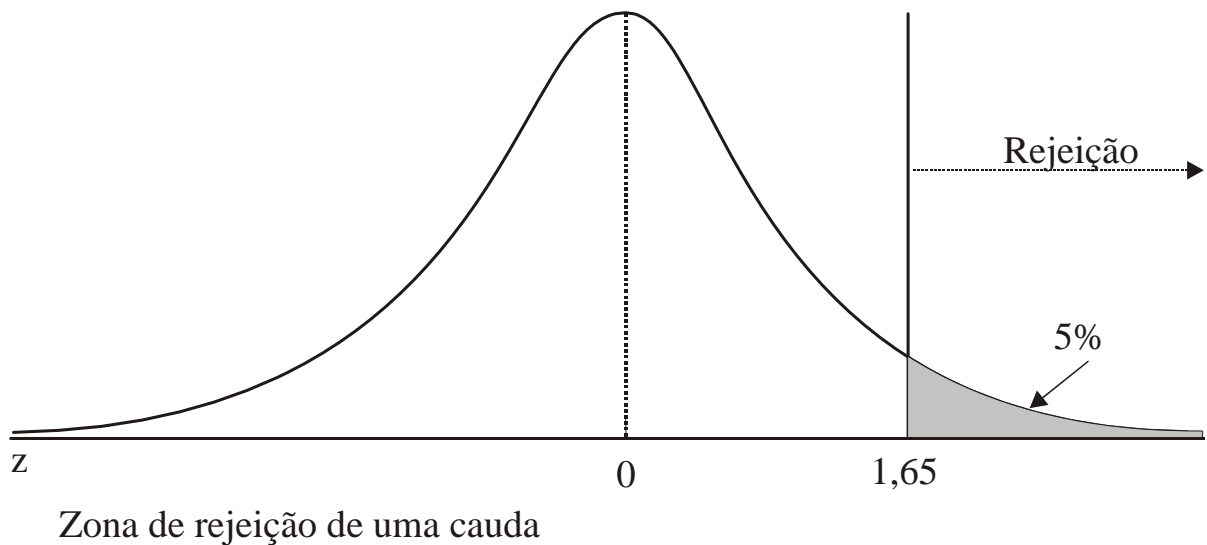
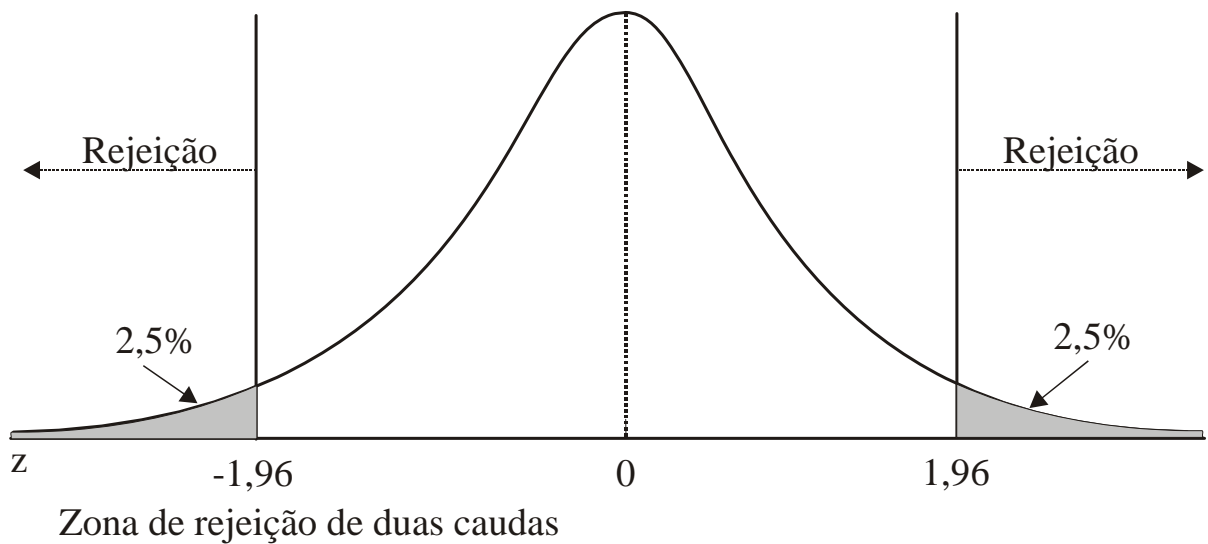


Figura 4-4. Zonas de rejeição de uma e duas caudas para sexo e nível escolar

Então, vamos ver se as diferenças entre as médias em termos de sexo e nível escolar irão produzir valores de z que superem os valores críticos assinalados, em cujo caso as hipóteses nulas devem ser rejeitadas em favor das hipóteses alternativas.

Hipótese do sexo:

$$z = \frac{M_M - M_F}{EP_T} = \frac{18,02 - 18,91}{0,17} = -5,25$$

Conclusão: o z obtido está muito acima do z crítico de 1,96 (duas caudas). Conseqüentemente, a hipótese nula cai dentro da zona de rejeição e, por isso, deve ser rejeitada, significando que as médias do sexo diferem significativamente entre si, sendo, assim, decididamente maior o escore dos sujeitos femininos.

Hipótese do nível escolar:

$$z = \frac{M_s - M_{II}}{EP_T} = \frac{22,52 - 15,72}{0,17} = 40,00$$

Conclusão: o z obtido está muito acima do z crítico de 1,65 (uma cauda). Conseqüentemente, a hipótese nula cai dentro da zona de rejeição e, por isso, deve ser rejeitada, significando que a média dos sujeitos de nível superior é significativamente maior que a média dos sujeitos de ensino fundamental e médio.

8 – Os Erros Tipo I e Tipo II

Vimos, então, que, para testar a H_0 , é preciso definir uma regra de decisão com o objetivo de estabelecer uma zona de rejeição da hipótese, ou seja, definir um nível alfa, sendo os mais consensuais os alfas 0,05 e 0,01. Se o valor do parâmetro da população defendido pela H_0 , expresso em z , cair na zona de rejeição, então esse valor é muito pouco provável de ser o valor verdadeiro da população e a H_0 será rejeitada em favor da H_1 . Agora, pode acontecer que, apesar de rejeitada com base em dados de uma amostra, a H_0 de fato seja verdadeira. Nesse caso estaríamos cometendo um erro de decisão; esse erro é chamado de *erro Tipo I*, cuja probabilidade de ocorrência depende do alfa escolhido. Quando, porém, o valor defendido pela H_0 cair na zona de aceitação, isto é, fora da zona de rejeição, então a H_0 é considerada verdadeira em prejuízo da H_1 . Mas aqui também podemos estar cometendo um erro, se a H_1 , apesar de descartada pelos dados em mãos, ela de fato é verdadeira. Esse erro é chamado de *erro Tipo II*. Assim:

Erro Tipo I = *rejeitar a H_0 quando ela é de fato verdadeira;*

Erro Tipo II = *aceitar a H_0 quando ela é de fato falsa, (sendo verdadeira a H_1).*

As probabilidades de ocorrência desses dois tipos de erros são definidas da seguinte forma:

$$p(\text{Erro tipo I}) = \alpha$$

$$p(\text{Erro tipo II}) = \beta.$$

Assim, esses erros também são conhecidos como α e β . De sorte que:

$$\text{Erro tipo I} = \alpha$$

Erro tipo II = β .

A ocorrência desses erros depende muito do nível alfa que você escolher. Quanto mais leniente você for, isto é, quanto maior for o risco que você decide assumir, maior será o alfa que você vai escolher (por exemplo, 0,10 em vez de 0,05) e mais facilmente a H_0 será rejeitada, porque o alfa aumenta o tamanho da zona de rejeição. Então, se você estiver com vontade de rejeitar a H_0 , você poderia pensar: “É isso mesmo que vou fazer!” De fato, o pesquisador tem todo o poder sobre que nível de alfa adotar; mas tome nota do seguinte: o erro Tipo I, cuja probabilidade de ocorrência aumenta com essa estratégia, é muito mais grave que o erro Tipo II. Ele poderia ser chamado de erro hediondo. A gravidade desse problema, obviamente, depende do assunto que está sendo pesquisado, isto é: quanto mais importantes forem as consequências das decisões tomadas na pesquisa (para a sociedade, para o sujeito, para a teoria etc.), mais funesta será a ocorrência do erro Tipo I. Por exemplo, se você está testando a eficácia de um remédio novo para leucemia, dizendo que ele tem muito mais efeitos positivos que negativos, você estaria disposto a admitir levemente que isto fosse verificado em apenas 90% dos casos ou você exigiria um critério mais rigoroso, digamos de 99,50%? Se sua resposta é “sim”, então você está preocupado com evitar ao máximo a ocorrência do erro Tipo I, decidindo-se por um alfa bem pequeno, isto é, $\alpha = 0,005$, que vai corresponder a uma zona de rejeição pequena, definida por um z crítico de 2,58.

9 – Intervalos de Confiança

Testar hipóteses estatísticas, como temos visto até aqui neste capítulo, é uma maneira de realizar a análise inferencial em ciência. Outra maneira consiste em procurar determinar, não se um parâmetro da população esperado, por exemplo, a média, é verdadeiro ou falso, mas definir um intervalo de valores dentro do qual este parâmetro mais provavelmente se encontra. Isso significa estabelecer uma amplitude de valores dentro da qual existe a probabilidade X de se encontrar o valor procurado da população.

Você logo vê que o tamanho do intervalo ou da amplitude vai depender do nível de probabilidade X que você quer para ter certeza de que o parâmetro da população caia dentro dele. Assim, você irá dizer: quero ter a certeza de 100%, ou 90% ou 95% etc. Com esses % você está definindo o tamanho do intervalo. Por exemplo, você quer ter a certeza de 95% de que a média da população (μ) esteja incluída no intervalo em torno da média que você calculou com os dados de sua amostra (M). O valor z que corresponde a 95% é 1,96.

Agora, para trabalhar os intervalos de confiança, você precisa utilizar o erro padrão de medida discutido no capítulo 2. O erro padrão de medida, como

10 – Como Escolher um Teste Estatístico

Há uma carrada de teste estatísticos que você pode utilizar para analisar seus dados. A escolha de um deles depende dos objetivos da análise e do tipo de dados que você possui. Ao expor os diferentes testes estatísticos nos capítulos a seguir, será indicado o tipo de dados que tal teste pode avaliar. Aqui, vale a pena ter já uma visão geral das possibilidades de testes existentes e o tipo de dados que eles podem analisar. Veja para isso a tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Escolhendo um teste estatístico

Objetivo	<i>Tipo de Dados</i>			
	Medida (de população gaussiana)	Posto, Escore, ou Medida (de população não-gaussiana)	Binomial (Dois resultados possíveis)	Survival (tempo)
Descreve um grupo	Média, DP	Mediana, Intervalo interquartílico	Proporção	Curva survival de Kaplan Meier
Compara um grupo com um valor hipotético	Teste <i>t</i> para uma amostra	Wilcoxon	Qui-quadrado ou Teste binomial	
Compara dois grupos independentes	Teste <i>t</i> independente	Mann-Whitney	Teste Fisher (qui-quadrado para grandes amostras)	Log-rank ou Mantel-Haenszel
Compara dois grupos correlacionados	Teste <i>t</i> correlacionado	Wilcoxon	McNemar	Regressão condicional proporcional de hazards
Compara 3 ou mais grupos independentes	One-way ANOVA	Kruskal-Wallis	Qui-quadrado	Regressão Cox proporcional de hazard
Compara 3 ou mais grupos correlacionados	ANOVA de medidas repetidas	Friedman	Cochrane Q	Regressão condicional proporcional de hazards
Quantifica associação entre duas variáveis	Correlação de Pearson	Correlação de Spearman	Coeficientes de contingência	
Prediz valor a partir de outra variável medida	Regressão linear simples ou regressão não-linear	Regressão não-paramétrica	Regressão logística simples	Regressão Cox proporcional de hazard
Prediz valor a partir de várias variáveis medidas ou variáveis binomiais	Regressão linear múltipla ou regressão não-linear múltipla		Regressão logística múltipla	Regressão Cox proporcional de hazard